

Міністерство освіти і науки України

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

(повне найменування вищого навчального закладу)

Факультет комп'ютерно-інформаційних систем і програмної інженерії

/назва факультету/

Кафедра комп'ютерних наук

/назва кафедри/

ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан факультету

Ігор БАРАН

(підпис)

(прізвище та ініціали)

« 02 » 09 2024 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ТЕОРІЯ ІМОВІРНОСТЕЙ, ІМОВІРНІСНІ ПРОЦЕСИ І
МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

/назва дисципліни/

галузь знань

12 Інформаційні технології

/шифр і назва галузі знань/

рівень вищої освіти

перший (бакалаврський)

/назва/

спеціальність

122 Комп'ютерні науки

/шифр і назва/

освітня програма

«Комп'ютерні науки»

/назва/

спеціалізація

/назва/

вид дисципліни

обов'язкова дисципліна циклу загальної підготовки

/обов'язкова/вибіркова/

Тернопіль – 2024 рік

Робоча програма з навчальної дисципліни Теорія імовірностей, імовірнісні процеси і математична статистика
/назва дисципліни/

для студентів факультету комп'ютерно-інформаційних систем і програмної інженерії

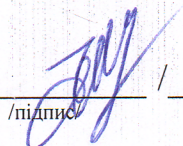
/назва факультету(ів)/

Розробник:

доцент кафедри комп'ютерних наук,

кандидат технічних наук, доцент

/посада, науковий ступінь та вчене звання/



Михайло ФРИЗ

/ініціали та прізвище/

Робоча програма розглянута та схвалена

на засіданні кафедри комп'ютерних наук

/назва/

Протокол від « 26 » серпня 2024 року № 1

Завідувач кафедри

/підпис/

Ігор БОДНАРЧУК

/ініціали та прізвище/

Робоча програма розглянута та схвалена НМК

факультету комп'ютерно-інформаційних систем і програмної інженерії

Протокол від « 02 » вересня 2024 року № 1

Секретар НМК

/підпис/

Богдана МЛИНКО

/ініціали та прізвище/

Робоча програма погоджена:

Спеціальність 122 Комп'ютерні науки

/шифр і назва/

освітня програма «Комп'ютерні науки»

/назва/

Завідувач випускової кафедри

/підпис/

Ігор БОДНАРЧУК

/ініціали та прізвище/

Гарант освітньої програми

/підпис/

Леся ДМИТРОЦА

/ініціали та прізвище/

1. Структура навчальної дисципліни

Показник	Всього годин	
	Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Кількість кредитів/годин	8/240	8/240
Аудиторні заняття, год.	102	26
Самостійна робота, год.	138	214
Аудиторні заняття:		
• лекції, год.	34	14
• лабораторні заняття, год.	68	12
• практичні заняття, год.	-	-
• семінарські заняття, год.	-	-
Самостійна робота:		
підготовка до лабораторних занять	34	7
опрацювання лекційного матеріалу	17	8
опрацювання окремих розділів програми, які не виносяться на лекції	15	127
виконання курсової роботи	-	-
підготовка та складання екзамену, тестування	72	72
Залік	+ (3-й семестр)	
Екзамен	+ (4-й семестр)	

Частка годин самостійної роботи студента:
денна форма навчання - 58%;
заочна (дистанційна) форма навчання - 89%

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

2.1. *Метою дисципліни* «Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси і математична статистика» є засвоєння студентами основ ймовірнісного підходу до побудови математичних моделей реальних явищ, об'єктів та процесів і набуття вмінь застосування методів статистичного аналізу даних в інформаційних системах із використанням мови програмування Python.

2.2. *Завдання навчальної дисципліни*: набуття студентами теоретичних знань та практичних навичок, що забезпечують здатність використовувати знання закономірностей випадкових явищ, їх властивостей та операцій над ними, моделей випадкових процесів та сучасних програмних середовищ для розв'язування задач статистичної обробки даних і побудови прогнозних моделей.

За результатами вивчення дисципліни студент повинен продемонструвати такі результати навчання:

знати:

- поняття стохастичного експерименту;
- означення ймовірності, основні властивості ймовірностей, умовні ймовірності;
- теореми додавання, множення ймовірностей, повної ймовірності, Бейєса;
- означення випадкової величини, її функції та щільності розподілу;
- числові характеристики випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія, моменти вищих порядків;
- основні типи дискретних та неперервних розподілів: біноміальний, негативний біноміальний, Пуассона, рівномірний, експоненційний, геометричний, гіпергеометричний, нормальний та ін.;
- багатовимірні випадкові величини та їх розподіл, змішані моменти (зокрема, кореляційний та коваріаційний момент, коефіцієнт кореляції);
- закон великих чисел, центральну граничну теорему, теореми Муавра-Лапласа;
- означення випадкового процесу, випадкової послідовності та основні їх характеристики;
- стаціонарні випадкові процеси, їх характеристики у часовій та частотній областях;
- процеси з незалежними приростами;
- основи математичної статистики;
- основні властивості точкових та інтервальних оцінок, методи їх побудови;
- методи перевірки статистичних гіпотез і статистичного оцінювання параметрів випадкових величин.

вміти:

- знаходити ймовірності випадкової події за класичним означенням;
- користуватися теоремами додавання та множення ймовірностей, повної ймовірності та Бейєса;
- знаходити функцію розподілу, щільність розподілу, математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення неперервних та дискретних випадкових величин;
- застосовувати властивості основних неперервних та дискретних розподілів для побудови та аналізу моделей реальних явищ;
- визначати коефіцієнт кореляції випадкових величин, кореляційну матрицю багатовимірної випадкової величини;
- знаходити точкові та інтервальні оцінки параметрів випадкових величин та векторів;
- здійснювати перевірку статистичних гіпотез відносно параметрів випадкових величин за результатами експерименту;
- здійснювати статистичний аналіз взаємозв'язків випадкових величин;
- знаходити основні характеристики випадкових процесів (математичне сподівання, кореляційна функція, спектральна щільність потужності);
- використовувати сучасні інформаційні технології для комп'ютерного імітаційного моделювання та статистичного аналізу даних;
- використовувати мову програмування Python (пакети Numpy, Scipy, Matplotlib, Pandas) для статистичного аналізу та візуалізації даних.

Вивчення навчальної дисципліни передбачає формування та розвиток у студентів компетентностей:

загальних:

ЗК 1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

ЗК 2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях

Спеціальних (фахових, предметних):

СК2. Здатність до виявлення статистичних закономірностей недетермінованих явищ, застосування методів обчислювального інтелекту, зокрема статистичної, нейромережевої та нечіткої обробки даних, методів машинного навчання та генетичного програмування тощо.

3. Опис навчальної дисципліни

3.1. Лекційні заняття

№	Тема заняття та короткий зміст	Кількість годин	
		ДФН	ЗФН
Семестр 3			
1	Випадкові події. (Поняття стохастичного експерименту. Простір випадкових подій. Випадкові події, алгебри подій та їх властивості, операції над подіями)	2	2
2	Ймовірність випадкової події (Закономірності випадкових явищ. Частота появи випадкової події. Аксиоми теорії ймовірностей. Основні властивості ймовірностей. Комбінаторна та геометрична ймовірності)	2	2
3	Умовні ймовірності. (Поняття умовної ймовірності. Незалежні події. Формула повної ймовірності, формула Бейеса та їх практичне застосування)	2	1
4	Випадкова величина. (Випадкова величина, дискретна випадкова величина та її розподіл. Функція розподілу. Неперервна випадкова величина та її щільність розподілу)	2	1
5	Числові характеристики випадкових величин (Мода, медіана, квантиль. Математичне сподівання, дисперсія, моменти вищих порядків, коефіцієнт асиметрії, коефіцієнт ексцесу)	2	1
6	Дискретні розподіли випадкових величин (Розподіл Бернуллі, біноміальний розподіл, розподіл Пуассона, геометричний розподіл, негативний біноміальний розподіл, гіпергеометричний розподіл, дискретний рівномірний розподіл)	2	1
7	Неперервні розподіли випадкових величин (Рівномірний, експоненційний розподіли, розподіл Гаусса, теореми Муавра-Лапласа)	2	
8	Поняття про центральну граничну проблему (Закон великих чисел, центральна гранична теорема)	1	
9	Багатовимірні випадкові величини (Випадковий вектор та його дискретні та неперервні розподіли, моменти, коефіцієнт кореляції, кореляційна матриця, гауссівський випадковий вектор, поліноміальний розподіл)	1	
Всього за 3-ій семестр		16	8

Семестр 4			
10	Випадкові процеси та їх моделі (Випадковий процес, послідовність скінченновимірних функцій розподілу. Моментні функції випадкового процесу)	1	-
11	Стаціонарні випадкові процеси. (Стаціонарні у широкому і вузькому розумінні випадкові процеси. Спектральна щільність потужності. Стаціонарні випадкові послідовності. Білий шум)	1	1
12	Випадкові процеси з незалежними приростами. (Процеси з незалежними приростами та їх найважливіші підкласи: вінерівські процеси, пуассонівські процеси, узагальнені пуассонівські процеси. Лінійні процеси)	2	1
13	Точкове оцінювання параметрів випадкових величин (Математична статистика. Виявлення статистичних закономірностей недетермінованих явищ. Точкові оцінки, незсунені та зсунені оцінки. Ефективні оцінки, асимптотично нормальні оцінки)	4	1
14	Методи побудови точкових оцінок (Метод максимальної правдоподібності. Емпіричні моменти. Метод моментів.	2	1
15	Статистичний аналіз моментів випадкових векторів (Змішані емпіричні моменти. Поняття статистичного зв'язку. Емпіричний коефіцієнт кореляції та особливості його використання. Лінійна регресія та її застосування у практичних ситуаціях для побудови прогнозних моделей. Логістична регресія)	2	1
16	Інтервальне оцінювання параметрів випадкових величин (Довірчі інтервали. Довірчі інтервали для параметрів гауссівських випадкових величин та їх застосування)	2	1
17	Перевірка статистичних гіпотез. (Статистичні гіпотези, помилки при прийнятті рішень. Критерій Неймана-Пірсона, його типи та характеристики. Послідовний критерій Вальда. Однорідність нормально розподілених вибірок)	4	
Всього за 4-й семестр		18	6
Усього годин		34	14

3.2. Лабораторні заняття

№		Тема заняття	Кількість годин	
			ДФН	ЗФН
Семестр 3				
1	Випадкові події (ВП), операції над подіями		4	2
2	Визначення ймовірності ВП за умови рівноможливості елементарних подій		4	2
3	Властивості ймовірностей. Умовні ймовірності		6	2
4	Формула повної ймовірності. Формула Бейєса.		4	
5	Розподіл та функція розподілу дискретної випадкової величини. Числові характеристики.		6	
6	Біноміальний розподіл. Розподіл Пуассона		4	
7	Граничні теореми Муавра-Лапласа		4	
Всього за 3-ій семестр			32	6
Семестр 4				
8	Python. Numpy. Matplotlib		6	2
9	Ймовірнісний аналіз неперервних випадкових величин із використанням Numpy і SciPy		6	2
10	Комп'ютерне імітаційне моделювання та статистичне оцінювання засобами Python		8	2
11	Статистичний аналіз числа символів у текстових повідомленнях		4	
12	Статистичний аналіз двовимірної випадкової величини з використанням Python		4	
13	Лінійна регресія та її застосування		8	
Всього за 4-ій семестр			36	6
Усього годин			68	12

3.3. Самостійна робота

№		Найменування робіт	Кількість годин	
			ДФН	ЗФН
Семестр 3				
1	Опрацювання лекційного матеріалу теми 1. Підготовка до лабораторної роботи №1.		2	1
2	Опрацювання лекційного матеріалу теми 2. Підготовка до лабораторної роботи №2, №3		2	1

3	Опрацювання лекційного матеріалу теми 3. Підготовка до лабораторної роботи №3, №4.	2	1
4	Опрацювання лекційного матеріалу теми 4. Підготовка до лабораторної роботи №5, №9	3	1
5	Опрацювання лекційного матеріалу теми 5. Підготовка до лабораторної роботи №5, №9	3	1
6	Опрацювання лекційного матеріалу теми 6. Підготовка до лабораторної роботи №6	3	1
7	Опрацювання лекційного матеріалу теми 7. Підготовка до лабораторної роботи №7, №9	3	1
8	Опрацювання лекційного матеріалу теми 8. Підготовка до лабораторної роботи №9	3	
9	Опрацювання лекційного матеріалу теми 9. Підготовка до лабораторної роботи №10	3	
10	Опрацювання окремих розділів програми, які не виносяться на лекції: умовні розпо- діли, умовне математичне сподівання, характеристична функція, кумулянти	12	63
11	Підготовка до тестування	36	36
Всього за 3-й семестр		72	106
Семестр 4			
12	Опрацювання лекційного матеріалу теми 10. Підготовка до лабораторної роботи №8, №9	4	1
13	Опрацювання лекційного матеріалу теми 11. Підготовка до лабораторної роботи №10	4	1
14	Опрацювання лекційного матеріалу теми 12. Підготовка до лабораторної роботи №9, №10	4	1
15	Опрацювання лекційного матеріалу теми 13. Підготовка до лабораторної роботи №10	3	1
16	Опрацювання лекційного матеріалу теми 14. Підготовка до лабораторної роботи №11	3	1
17	Опрацювання лекційного матеріалу теми 15. Підготовка до лабораторної роботи №12	3	1
18	Опрацювання лекційного матеріалу теми 16.	3	1
19	Опрацювання лекційного матеріалу теми 17.	3	1
20	Опрацювання окремих розділів програми, які не виносяться на лекції: багатовимірна регресія, нелінійна регресія	3	64
21	Підготовка до тестування	30	30
22	Підготовка до екзамену	6	6
Всього за 4-й семестр		66	108
Усього годин		138	214

4. Критерії оцінювання результатів навчання студентів

Семестр 3

Форма підсумкового семестрового контролю – залік

Модуль 1			Модуль 2			Підсумкова семестрова оцінка	Разом з дисципліни
Аудиторна та самостійна робота			Аудиторна та самостійна робота				
Теоретичний курс (тестування)	Практична робота		Теоретичний курс (тестування)	Практична робота			
32	6		32	5		25	100
№ лекцій	Вид робіт	Бал	№ лекцій	Вид робіт	Бал	за кожних три бали семестрової оцінки студент отримує 1 бал підсумкової семестрової оцінки автоматично	
Лекції 1 - 3	Лаб. роб. 1	2	Лекції 4 - 9	Лаб. роб. 5	2		
	Лаб. роб. 2	2		Лаб. роб. 6	2		
	Лаб. роб. 3	1		Лаб. роб. 7	1		
	Лаб. роб. 4	1					

Семестр 4

Форма підсумкового семестрового контролю – екзамен

Модуль 3			Модуль 4			Підсумковий контроль	Разом з дисципліни	
Аудиторна та самостійна робота			Аудиторна та самостійна робота					
Теоретичний курс (тестування)	Практична робота		Теоретичний курс (тестування)	Практична робота				
8	26		8	33		25	100	
№ лекцій	Вид робіт	Бал	№ лекцій	Вид робіт	Бал	Теоретичний курс	16	
Лекція 10	Лаб. роб. 8	4	Лекція 13	Лаб. роб. 11	11			
Лекція 11	Лаб. роб. 9	11	Лекція 14	Лаб. роб. 12	11	Практичне завдання	9	
Лекція 12	Лаб. роб. 10	11	Лекція 15	Лаб. роб. 13	11			
			Лекція 16					
			Лекція 17					

5. Навчально-методичне забезпечення

1. Бабак В.П., Марченко Б.Г., Фриз М.Є. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика. – К.: Техніка, 2004. – 288 с. (підручник з грифом МОН)
2. Марченко Б.Г., Приймак М.В., Щербак Л.М. Теоретичні основи аналізу стохастичних сигналів і шумів. Навчальний посібник. – Тернопіль: ТДТУ імені І. Пулюя, 2001. – 179 с.
3. M. Fryz, B. Mlynko, N. Zagorodna. Fundamentals of Discrete Mathematics: Lecture Notes. - Ternopil: TNTU Press, 2011. – 60 p.
4. Електронний навчальний курс «Теорія імовірностей, імовірнісні процеси і математична статистика» (ID: 4743)

5. Методичні вказівки до лабораторних занять з курсу “Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика”. Модуль 1 / М. Є. Фриз, Б. Б. Млинко. – Тернопіль: Вид-во ТНТУ імені І. Пулюя, 2022. – 14 с.

6. Рекомендована література

Базова

1. Бабак В. П. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика / В. П. Бабак, Б. Г. Марченко, М. Є. Фриз. – К. : Техніка, 2004. – 288 с.
2. Курс теорії ймовірностей : підручник / Б. В. Гнеденко – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. – 464 с.
<https://probability.knu.ua/userfiles/yamnenko/Gnedenko.pdf>
3. Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика. Практикум. Частина 1: навчальний посібник. Укладач О. В. Гавриленко. Електронне мережне видання. К. : КПІ ім. І. Сікорського, 2022. 140 с.
4. Теорія ймовірностей, математична статистика та імовірнісні процеси. Навчальний посібник / Ю. М. Слюсарчук, Й. Я. Хром'як, Л. Л. Джавала, В. М. Цимбал. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2015. 364 с.
5. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики : навч. посібник / В.В. Голомозий, М.В. Карташов, К.В. Ральченко. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. – 366 с.
6. Королюк В. С. Ймовірність, статистика та випадкові процеси. Теорія та комп'ютерна практика : в 3-х томах. / В. С. Королюк, Є. Ф. Царков, В. К. Ясинський. — Чернівці : Вид-во «Золоті литаври», 2009.
7. Павлов, О. А. Навчальний посібник з дисципліни «Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика». Курс лекцій. Частина 1 / О. А. Павлов, О. В. Гавриленко, Л. В. Рибачук ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 154 с.
8. Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика. Курс лекцій. Частина 2 : навчальний посібник / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. О. А. Павлов, О. В. Гавриленко, О. Г. Жданова. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 72 с.
9. Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика. Курс лекцій. Частина 3 : навчальний посібник / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. О. А. Павлов, О. В. Гавриленко. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 111 с.
10. Програмування числових методів мовою Python : навч. посіб. / А. Ю. Дорошенко, С. Д. Погорілий, Я. Ю. Дорогий, Є. В. Глушко ; за ред. А. В. Анісімова. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2013. – 463 с.
11. Новотарський, М. А. Основи програмування алгоритмічною мовою Python : навч. посіб. / М. А. Новотарський ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 701 с.
12. Статистичний аналіз даних вимірювань: навч. посіб. / Єременко В.С., Куц Ю.В., Мокійчук В.М., Самойліченко О.В. – К.: НАУ, 2013.– 320 с.

13. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О.Б. Жильцов ; за ред. Г.О. Михаліна. — К. : Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. — 336 с.
14. В.В. Івашко, А.Я. Довгунь, Ю.О. Ушенко, Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика. Навчальний посібник. Чернівці. ЧНУ ім. Ю. Федьковича, 2023. 217 с.

Допоміжна

1. Бабак В.П., Куц Ю.В., Мислович М.В., Фриз М.С., Щербак Л.М. Об'єктно-орієнтована ідентифікація стохастичних шумових сигналів. Київ: Наукова думка, 2024. 240 с.
2. Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М., Ядренко М.Й. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економіці, актуарній та фінансовій математиці. – К.: Інформтехніка, 1993. – 380 с.
3. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів. – К.: Либідь, 1990. – 166 с.
4. Чисельні методи з прикладами реалізації мовою Python /В. Є. Березовський, Л. Є. Ковальов, М. О. Медведєва : навчальний посібник. Умань : ВПЦ «Візаві», 2023. 88 с.
5. V. Babak, A. Zaporozhets, Y. Kuts, M. Fryz, L. Scherbak. Noise signals: Modelling and Analyses. Cham: Springer Nature Switzerland, 2025. 222 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-031-71093-3>.
6. Introduction to Probability Theory / Butsan G.P., Kyiv, Akademperiodyka, 2012
7. H. Pishro-Nik, "Introduction to probability, statistics, and random processes", available at <https://www.probabilitycourse.com>, Kappa Research LLC, 2014.
8. Michael Baron, "Probability and Statistics for Computer Scientists", Second Edition, Chapman and Hall/CRC, 2015
9. Dimitri P. Bertsekas and John N. Tsitsiklis, "Introduction to Probability", LECTURE NOTES, Massachusetts Institute of Technology, FALL 2000
10. Sheldon M. Ross, "A First Course in Probability", 5th. ed., Prentice Hall, 1998
11. Sheldon M. Ross, "Introduction to probability Models", Tenth Edition, Elsevier, 2010
12. Allan G. Bluman, "Probability Demystified", McGraw-Hill Education, 2005
13. Mike Le Van, "Probability and Statistics", McGraw-Hill, 2001
14. Douglas C. Montgomery and George C. Runger, "Applied Statistics and Probability for Engineers", 3rd ed., John Wiley & Sons, 2003
15. Jake VanderPlas, Python Data Science Handbook, O'Reilly Media, Inc., 2016
16. Harris, C.R., Millman, K.J., van der Walt, S.J. et al. Array programming with NumPy. Nature 585, 357–362 (2020). <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>

7. Інформаційні ресурси

1. Електронний навчальний курс «Теорія імовірностей, імовірнісні процеси і математична статистика» (ID: 4743)
2. Introduction to Probability, MIT OpenCourseWare, available at <https://ocw.mit.edu/courses/res-6-012-introduction-to-probability-spring-2018/>
3. Statistics and probability, Khan Academy, available at <https://www.khanacademy.org/math/statistics-probability>

4. Probability & Statistics, Carnegie Mellon University, Open Learning Initiative, available at <https://oli.cmu.edu/courses/probability-statistics-open-free/>

5. Мізюк О. Путівник мовою програмування Python [Електронний ресурс] , доступ за посиланням <https://pythonguide.rozh2sch.org.ua>

6. Основи програмування. Python. Частина 1 [Електронний ресурс]: підручник для студ. спеціальності 122 "Комп'ютерні науки / А. В. Яковенко ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,59 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 195 с., доступ за посиланням <http://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/25111/1/Python.pdf>

7. NumPy: the absolute basics for beginners, available at https://numpy.org/devdocs/user/absolute_beginners.html

8. Python Numpy Tutorial, available at <https://cs231n.github.io/python-numpy-tutorial/#numpy-arrays>

9. Scipy Lecture Notes, available at <http://scipy-lectures.org/index.html>